ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Α΄)
ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΤΡΙΤΗ 24 ΜΑΪΟΥ 2011
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελίδα 84

Α2. **α.** Σωστό, **β.** Σωστό, **γ.** Λάθος, **δ.** Λάθος, **ε.** Σωστό.

Α3. **α.** $(\ell nx)' = \dfrac{1}{x}$, με $x > 0$

β. $(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x$

γ. Αν f συνεχής στο $\mathbb{R}$ με $\alpha \in \mathbb{R}$, τότε $\int_\alpha^\alpha f(x)\,dx = 0$

ΘΕΜΑ Β

Β1. $$\lim_{x\to 4^-} f(x) = \lim_{x\to 4^-}\frac{x^2 - 7x + 12}{x - 4} = \lim_{x\to 4^-}\frac{\cancel{(x-4)}(x-3)}{\cancel{x-4}}$$
$$= \lim_{x\to 4^-}(x-3) = \mathbf{1}.$$

Β2. $$\lim_{x\to 4^+} f(x) = \lim_{x\to 4^+}\left(\frac{x-4}{\sqrt{x}-2} - 3\right) = \lim_{x\to 4^+}\left[\frac{(x-4)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)} - 3\right]$$
$$= \lim_{x\to 4^+}\left[\frac{\cancel{(x-4)}\left(\sqrt{x}+2\right)}{\cancel{x-4}} - 3\right] = \lim_{x\to 4^+}\left(\sqrt{x}+2-3\right) = \mathbf{1}$$

Β3. Για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = 4$ πρέπει
$$\lim_{x\to 4^-} f(x) = \lim_{x\to 4^+} f(x) = f(4) \Leftrightarrow \boldsymbol{\alpha = 1}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

Ηλικίες	K_i	v_i	$K_i \cdot v_i$	N_i	$f_i\%$
[25 , 35)	30	7	210	7	17,5
[35 , 45)	40	12	480	19	30
[45 , 55)	50	15	750	34	37,5
[55 , 65)	60	6	360	40	15
ΣΥΝΟΛΑ		40	1800		100

Γ2. $\bar{x} = \dfrac{\sum x_i v_i}{v} = \dfrac{1800}{40} = \mathbf{45}$

Γ3. $v_3 + v_4 = 15 + 6 = 21$

άρα 21 εργαζόμενοι έχουν ηλικία τουλάχιστον 45 ετών.

Γ4. $f_1\% = 17{,}5\%$

άρα το 17,5% των εργαζομένων έχουν ηλικία κάτω των 35.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$

$$f'(x) = \left(x^3 - 6x^2 + 9x + 1\right)' = 3x^2 - 12x + 9$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ή } 3$$

x	$-\infty$	1		3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗		↘		↗

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα $(-\infty, 1]$ και $[3, +\infty)$, ενώ η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $[1, 3]$.

Δ2. Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για x = 1 την τιμή

$f(1) = 1 - 6 + 9 + 1 = \mathbf{5}$

Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για x = 3 την τιμή

$f(3) = 27 - 54 + 27 + 1 = \mathbf{1}$

Δ3. $\int_1^3 f'(x)\,dx = \left[f(x)\right]_1^3 = f(3) - f(1) = 1 - 5 = \mathbf{-4}$

Δ4. $g(x) = f'(x)$

Το πρόσημο της f΄ το έχουμε βρεί στο Δ1 ερώτημα

$$E = \int_0^1 g(x)\,dx - \int_1^3 g(x)\,dx = \int_0^1 f'(x)\,dx - \int_1^3 f'(x)\,dx$$

$$\overset{\Delta 3}{=} \left[f(x)\right]_0^1 - (-4) = f(1) - f(0) + 4 = 5 - 1 + 4 = \mathbf{8 \text{ τ.μ.}}$$